NEDERLANDS TIJDSCHRIFT VOOR
NATUURKUNDE
NUMMER 11 | JAARGANG 86 | NOVEMBER 2020
WWW.NTVN.NL

DE HISTORISCHE BANDEN TUSSEN NATUUR- EN STERRENKUNDE

HOE DE ETHER VERDWEEN UIT DE NATUURKUNDE

TESTRIT MET DE ITER-DIVERTOR

EEN VLIEG OP DE MUUR

Hoe de ether verdween uit de natuurkunde – deel 1

Een kleine geschiedenis van de Lorentztransformaties

In deel 1 van dit tweeluik laten we zien hoe Lorentz, gebruikmakend van de optica, tot de conclusie komt dat het nulresultaat van het experiment van Michelson en Morley alleen verklaard kan worden door te veronderstellen dat bij beweging (door de ether) lengtecontractie optreedt.

Strikt genomen zou een introductie in de relativiteitstheorie geen uitleg van het achterhaalde concept 'ether' behoeven: het hypothetische medium, in absolute rust, waarin elektromagnetische golven zich zouden voortplanten. In het artikel waarin Einstein in 1905 de relativiteitstheorie het licht liet zien [1], komt het woord 'ether', en dan in afwijzende zin, slechts een keer voor. Naar het beroemde experiment van Michelson en Morley [2], dat nu te boek staat als het experimentele bewijs dat de ether niet bestaat, wordt zelfs helemaal niet verwezen. Voor Lorentz was het experiment van Michelson en Morley daarentegen een heel belangrijke bron van informatie en inspiratie.

We geven hier een korte schets van het experiment van Michelson en Morley en beschrijven de uitvoerige analyse van Lorentz in een 'vergeten' artikel uit 1887 [3]. Voor de interpretatie van het Michelson-Morley-experiment geeft Lorentz een zorgvuldige uiteenzetting over de optica van bewegende lichtbronnen. Dit leidt tot een diepgravende beschrijving van de lichtpaden, in afwijking van de gangbare benadering (inclusief die van Michelson en Morley zelf).

Ter verklaring van het 'nulresultaat' van Michelson en Morley postuleerde Lorentz al in 1892 [4] contractie van vaste lichamen in de bewegingsrichting. In zijn theorie van elektromagnetische verschijnselen in bewegende systemen vond hij later een theoretische onderbouwing van dit postulaat: in 1904 publiceerde hij [5] de transformaties van plaats- en tijdcoördinaten en elektrische en magnetische velden die de Maxwellvergelijkingen invariant lieten onder translatie. Hij bleef echter een speciale plaats toekennen aan een stelsel in absolute rust, zo bleef hij één stap verwijderd van de transformaties die Einstein in 1905 publiceerde. In de theorie van Einstein viel alles op zijn plaats en werd naast lengtecontractie ook tijddilatatie geïntroduceerd.

Het volgen van de gedachtegang van Lorentz is echter heel instructief en vormt een goede, meer aan de intuïtie appellerende voorbereiding op de radicale stappen die Einstein zette en plaatst deze in een duidelijk perspectief.

Het experiment van Michelson en Morley

In figuur 1 geven we de opstelling van Michelson en Morley schematisch weer. Een lichtstraal uit bron A wordt gesplitst en na het doorlopen van twee praktisch even lange, loodrecht op elkaar staande paden (lengte L) - het longitudinale en het orthogonale lichtpad - weer samengebracht en er ontstaat een interferentiepatroon. Dit interferentiepatroon zou moeten verschuiven als de opstelling, die gedacht werd zich door de ether te bewegen, een kwartslag gedraaid wordt, waarbij de rol van de armen BE en BC omgewisseld wordt. Zo'n verschuiving werd niet waargenomen.

Analyse van de lichtpaden

Het longitudinale pad

We volgen de 'pre-relativistische' redenering: arm BC wordt doorlopen met snelheid $c-v$: lichtsnelheid minus snelheid van de aarde (dat wil zeggen van de experimentele opstelling) door de ether [6]. Arm CB wordt doorlopen met snelheid $c+v$ en zo vinden we voor de totale tijd t_{long}:

$$t_{\text{long}} = \frac{2L}{c}\frac{1}{1-v^2/c^2} \tag{1}$$

De afstand die in deze tijd wordt doorlopen is vanzelfsprekend $2L$ in het laboratorium, maar

$$ct_{\text{long}} = 2L\frac{1}{1-v^2/c^2} \tag{2}$$

ten opzichte van de ether. En het is deze afstand die we moeten gebruiken om het faseverschil tussen de lichtgolf langs het longitudinale en, zo meteen, het orthogonale pad te bepalen. Dit resultaat vindt ook Michelson in een vroege publicatie uit 1881 [7] en vinden ook Michelson en Morley in de definitieve en beroemd geworden publicatie uit 1887 [2]. In beide publicaties wordt overigens onmiddellijk overgegaan op de benadering tot op orde v^2/c^2:

$$ct_{\text{long}} \cong 2L(1+v^2/c^2) \tag{3}$$

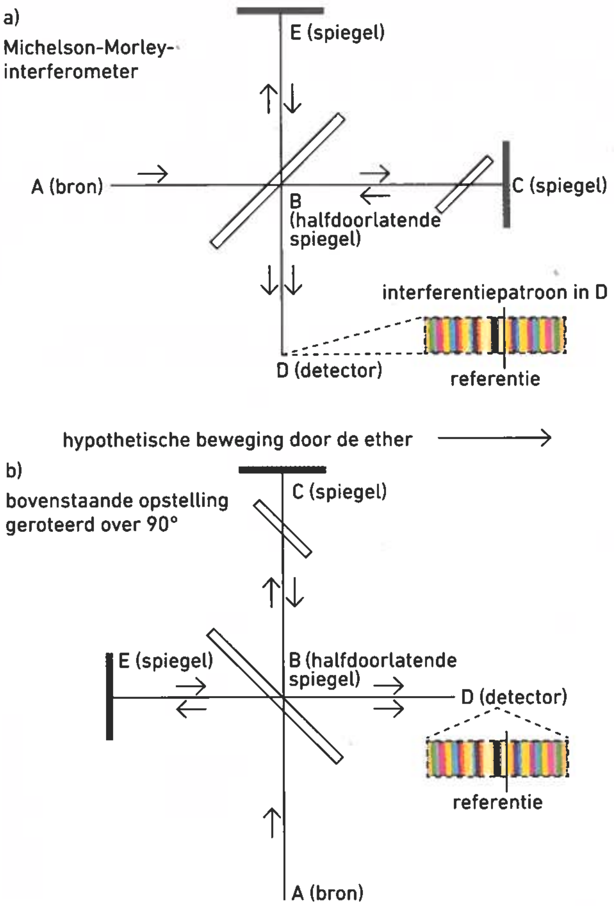
Zoals we zullen zien vindt ook Lorentz dit resultaat in zijn formele analyse [3], hieronder te bespreken.

Het orthogonale pad

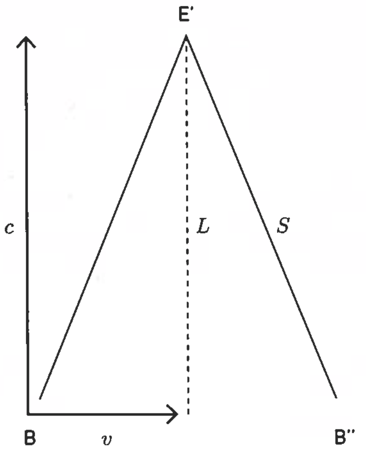
Michelson vergeet bij beschouwing van het orthogonale lichtpad in [7], opmerkelijk genoeg, rekening te houden met de veronderstelde beweging van de opstelling door de ether en neemt voor de lengte van het door de lichtstraal doorlopen orthogonale pad $2L$, doorlopen met snelheid c. Hij vindt dus een weglengteverschil tussen het longitudinale en orthogonale pad van $2Lv^2/c^2$.

Michelson (met Morley) corrigeert deze vergissing later, maar blijft toch een beetje onzorgvuldig bij de beschrijving van het orthogonale lichtpad. Zonder uitleg geven ze als de lengte van dit pad $2L\sqrt{1+v^2/c^2}$. Als we dit proberen te begrijpen (door de stelling van Pythagoras toe te passen) zien we - zie figuur 2 - dat de schuine zijde van de driehoek (BE'), dus het pad ten opzichte van de ether, doorlopen wordt met snelheid $\sqrt{c^2+v^2}$. (Ten opzichte van de ether moet deze snelheid echter c zijn, zie hieronder.) Bovendien schuilt er een inconsistentie in dit resultaat: voor het berekenen van het weglengteverschil (faseverschil) tussen het orthogonale en verticale pad wordt er stilzwijgend van uitgegaan dat beide paden met dezelfde snelheid (c) worden doorlopen. Ze nemen dus voor de lengte van het pad $2S = 2L\sqrt{1+v^2/c^2}$, maar gaan onmiddellijk over op de benadering $2S \sim 2L(1+v^2/2c^2)$. Zo vinden zij een weglengteverschil tussen de loodrecht op elkaar staande paden van $2Lv^2/2c^2$, de helft van Michelsons eerdere voorspelling en dus moeilijker te meten.

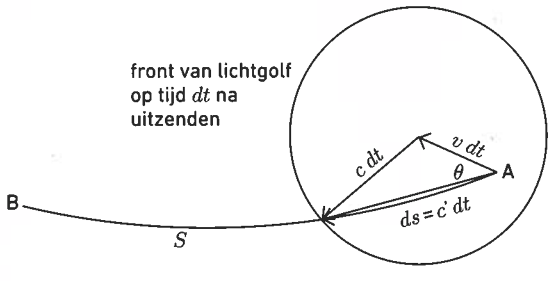
Wanneer we voor de snelheid waarmee BE' doorlopen wordt de correcte waarde c kiezen, vinden we voor het pad een lengte van $2S = 2L/\sqrt{1-v^2/c^2}$, en dit is tot



Figuur 1. De Michelson-Morley-interferometer in twee oriëntaties. (Een extra glasplaatje is nodig in arm BC om beide lichtstralen (ABED en ACBD) een even lang optisch pad te laten doorlopen. De breking van de lichtstralen is niet ingetekend.)



Figuur 2. Het orthogonale pad in het Michelson-Morley-experiment, volgens Michelson en Morley (zie kritiek in de tekst). De labels van de hoekpunten van de driehoek verwijzen naar figuur 1, met dien verstande dat accenten zijn gebruikt om beweging door de ether aan te geven. L is de lengte van de orthogonale arm in het laboratorium; in het etherstelsel wordt deze lengte S.



Figuur 3. Voortplanting van licht uitgezonden door bron in rust ten opzichte van de aarde en blootgesteld aan 'etherwind'. Volgens Lorentz in [3].

op orde v^2/c^2 gelijk aan die van Michelson en Morley [8]. De aanvankelijke vergissing van Michelson (1881) wordt door Lorentz uitvoerig besproken en rechtgezet in [3], gepubliceerd in 1887, net als de resultaten van Michelson en Morley, maar daarvóór. Lorentz was van hun resultaten nog niet op de hoogte. (Michelson en Morley verwijzen op hun beurt in [2] wel naar "*a very searching analysis by Lorentz*", dat wil zeggen [3], maar ze maken geen gebruik van de resultaten van Lorentz.)

Het was duidelijk de bedoeling van Lorentz het nulresultaat van Michelson te verklaren als het resultaat van een te onnauwkeurige meting en niet als een bewijs voor het niet bestaan van de ether. Om de verbeterde nulresultaten van Michelson en Morley kon hij echter niet meer heen, maar de etherhypothese gaf hij er niet voor op! Tot op orde v^2/c^2 is het weglengteverschil dat Michelson en Morley vinden gelijk aan dat van Lorentz, zie verderop.

Optica in bewegende opstellingen

We volgen het artikel van Lorentz uit 1887 [3]: in figuur 3 laten we een infinitesimale bolgolf zien die op tijd $t = 0$ wordt uitgezonden in A. Na een tijd dt heeft het middelpunt van de golf zich verplaatst over een afstand $v\,dt$, waar v de snelheid is van de 'etherwind'. In het bijzonder kunnen we v interpreteren als de 'stroomsnelheid' van de ether voor een bron in rust op aarde, in het laboratorium (gelijk in grootte aan de snelheid van de aarde door de ether, maar in tegengestelde richting); c is de snelheid van het licht door de ether, per definitie de lichtsnelheid. c' is de snelheid waarmee het lichtsignaal zich verwijdert van het punt van waaruit het uitgezonden werd, gezien in het laboratorium. Uitgaande van infinitesimale bolgolven en zich baserend op het principe van Huygens analyseert Lorentz de voorplanting van het licht bij beweging van de bron door de ether. Het pad s dat een lichtstraal van A naar B volgt is het pad waarvoor de tijd τ die het licht erover doet om dat pad te doorlopen minimaal is (principe van Fermat, door Lorentz niet expliciet benoemd), waarbij:

$$\tau = \int_s \frac{ds}{c'} \qquad (4)$$

Het pad s is dus dát pad waarvoor $\int ds/c'$ minimaal is,

DE BEPALING VAN HET LICHTPAD

Zoals geïllustreerd in figuur 3 geldt:

$$c' = \sqrt{c^2 - v^2\sin^2\theta} + v\,\cos\theta. \tag{5}$$

Een Taylorontwikkeling van (5) tot op orde v/c leert

$$\frac{ds}{c'} = \left(1 - \frac{v\,\cos\theta}{c}\right)\frac{ds}{c}. \tag{6}$$

Het is gemakkelijk na te gaan dat de tweede term gelijk is voor elk pad s van A naar B. s wordt daarom, net als in de optica zonder beweging door de ether, bepaald door de eerste term die minimaal is voor een rechte lijn. Meer in het algemeen laat Lorentz zien dat in de optica geen effecten van een bewegende ether meetbaar zijn, tot op orde v/c. (Hij heeft hiervoor ook de 'meesleepcoëfficient' van Fresnel nodig: in een transparant medium met brekingsindex n dat zich met snelheid v door de ether beweegt, is de snelheid van de ether $(1-f)v$, met $f = 1/n^2$).
De verwachte effecten in het Michelson-Morley-experiment zijn, zoals we zagen van orde v^2/c^2 en daarom moeten we in de ontwikkeling van $1/c'$ alle termen tot en met v^2/c^2 meenemen. Zo vinden we uitgaande van (5)

$$\frac{ds}{c'} = \left(1 - \frac{v\,\cos\theta}{c} + \frac{v^2(1+\cos^2\theta)}{2c^2}\right)\frac{ds}{c}. \tag{7}$$

zie ook het kader *De bepaling van het lichtpad*. En hier stuit Lorentz op een probleem! In [3] constateert hij: "Het lijkt moeilijk uit deze voorwaarde iets algemeens af te leiden betreffende de vorm van s" [9].

We mogen er, volgens Lorentz, dus niet van uitgaan dat het lichtpad in figuur 3 in het algemeen een rechte lijn is. Sterker nog: over de vorm van het lichtpad is geen algemene uitspraak te doen.

Dit is een nogal verstrekkende constatering, die een analyse van het Michelson-Morley-experiment onmogelijk zou maken. Lorentz vindt een oplossing, door aannemelijk te maken dat voor de berekening van de tijd die het licht nodig heeft om een door de etherwind vervormd pad s' te doorlopen, gebruik kan worden gemaakt van het pad s dat doorlopen zou worden bij afwezigheid van etherwind [10]; een procedure die echter slechts geldig is tot op orde v^2/c^2. Let op: voor een dergelijke berekening moet formule (7) worden gebruikt (mét invloed etherwind v op lichtsnelheid in het laboratorium), maar kan voor s het pad gekozen worden dat het licht zou volgen bij afwezigheid van etherwind! Nu heeft Lorentz de basis waarop hij een kwantitatieve analyse kan maken van het Michelson-Morley-experiment.

Analyse van de lichtpaden in de Michelson-Morley-interferometer door Lorentz

Langs (tegen) de bewegingsrichting door de ether – longitudinaal

We bekijken in figuur 1, paneel 1, het pad BCB. Zie vergelijking (7). Voor BC geldt $\theta = 0$ en voor CB $\theta = \pi$. Als de lengte van de arm L is, vinden we

$$t_{\text{long}} = \frac{2L}{c}\left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right). \tag{8}$$

Tijd voor afleggen horizontale lichtpad; tot orde v^2/c^2 (Lorentz).

Loodrecht op de bewegingsrichting door de ether - orthogonaal

Zie weer figuur 1, in welke tijd wordt het pad EBE doorlopen? (EB heeft ook lengte L.) We vinden (vergelijking (7), $\theta = \pi/2$):

$$t_{\text{orth}} = \frac{2L}{c}\left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right) \tag{9}$$

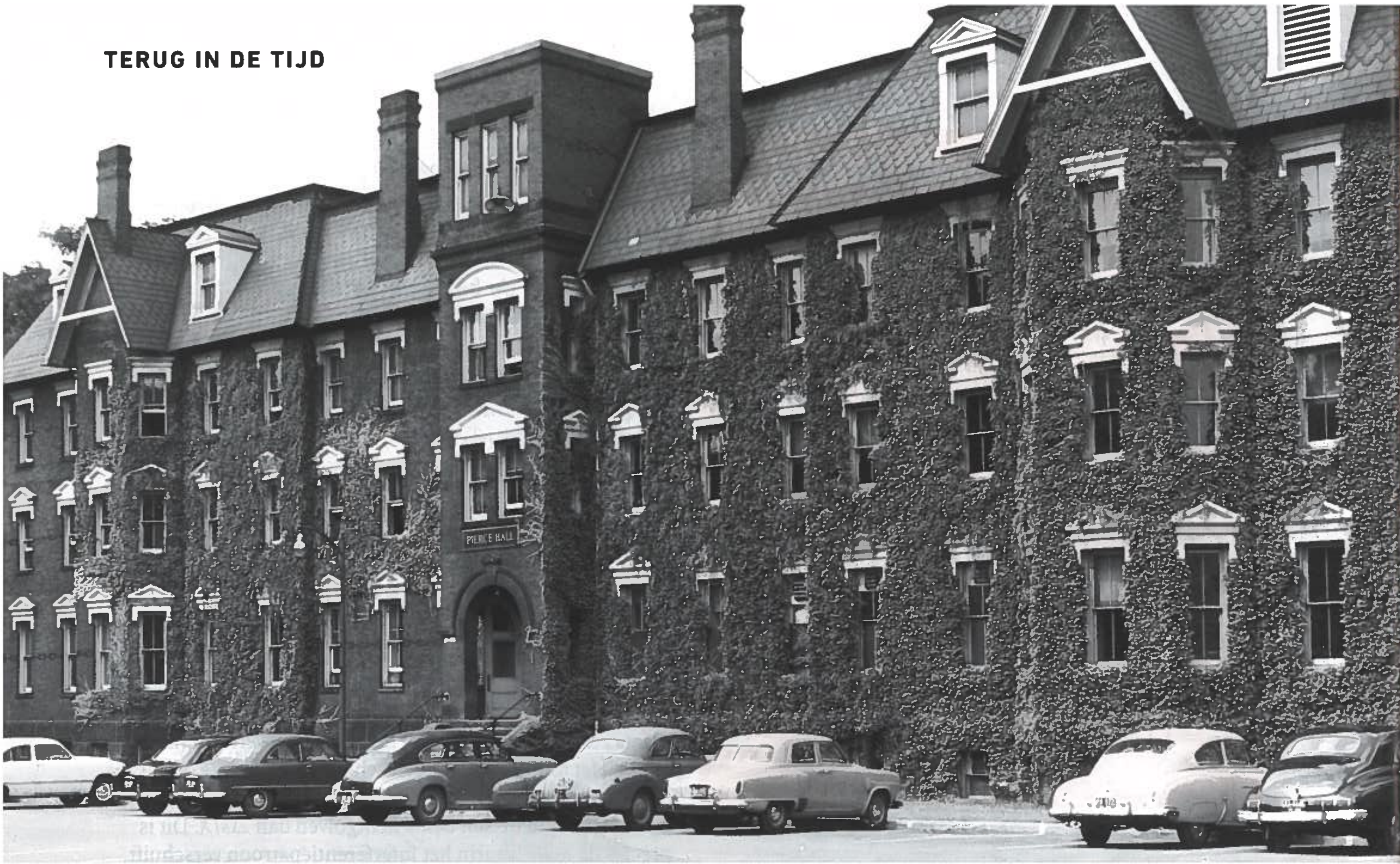
Tijd voor afleggen verticale lichtpad; tot orde v^2/c^2 (Lorentz).

Verschuiving interferentiepatroon bij rotatie van de opstelling (Lorentz)

We vinden dus dat door de etherwind het weglengteverschil tussen de longitudinale en de orthogonale lichtgolf $c(t_{\text{long}} - t_{\text{orth}}) = Lv^2/c^2$ bedraagt. Na rotatie over 90°, waarbij de longitudinale en orthogonale 'lichtbron' van plaats verwisselen, verandert het weglengteverschil van teken. Het totale weglengteverschil tussen de twee oriëntaties is dus: $\Delta s = 2Lv^2/c^2$. Voor licht met golflengte λ wordt het faseverschil tussen beide lichtgolven dan $\Delta s/\lambda$. Dit is precies de mate waarin het interferentiepatroon verschuift, gemeten als fractie van de afstand tussen de interferentiestrepen. Om een indruk te krijgen: aannemende dat v gelijk is aan de snelheid van de aarde om de zon (30 km/s), vinden we voor $L = 11$ m (zoals in het experiment van Michelson en Morley) en $\lambda = 550$ nm een fractie ~ 0,4: gemakkelijk meetbaar. Lorentz analyseerde in zijn artikel [3] uit 1887 niet het experiment van Michelson en Morley [2] uit datzelfde jaar, maar een eenvoudigere voorloper ervan, waarvan de resultaten door Michelson in 1881 gepubliceerd waren [7]. Het oorspronkelijke experiment van Michelson was tien keer ongevoeliger, het meten van een relatieve verschuiving van 0,04 was aan de rand van het mogelijke. Michelson had echter het verwachte effect overschat, zoals hierboven uitgelegd, en dacht te mogen rekenen op een verschuiving twee keer zo groot: 0,08, wél meetbaar, hoewel, volgens Michelson zelf: "*barely beyond the limits of errors of experiment*". Een belangrijke conclusie van Lorentz en misschien wel de aanleiding voor zijn uitvoerige artikel, was dat de resultaten van Michelson niet in tegenspraak waren met de etherhypothese. Maar om de resultaten van Michelson en Morley kon hij uiteindelijk niet heen. Hij bleef echter vasthouden aan de ether.

Lorentzcontractie – een hypothese

Het 'nulresultaat' van het experiment van Michelson en Morley was voor Lorentz geen reden de etherhypothese (de theorie van Fresnel zoals hij haar noemt) op te geven. In zijn denken, in het bijzonder ook over elektromagnetisme (aan de hand van de Maxwellvergelijkingen), bleef de ether een centrale rol spelen: alleen in het ruststelsel van de ether zijn de Maxwellvergelijkingen exact geldig.



In de kelder van het Pierce Hall-gebouw voerden Michelson en Morley hun bekende experiment uit. Foto: Image 02687, CWRU Archives.

Over het experiment van Michelson en Morley zegt hij in 1892 [11]: "Ik heb lang vruchteloos over deze proef nagedacht en heb ten slotte slechts één middel kunnen bedenken om de uitkomst ervan met de theorie van Fresnel te verzoenen." De oplossing die Lorentz voorstelt, is dat lichamen krimpen langs hun bewegingsrichting (door de ether, in zijn ogen). Als we in (8) L als volgt wijzigen:

$$L \to L(1 - \frac{v^2}{2c^2})$$

vervalt (weer tot op orde v^2/c^2) het verschil tussen t_{long} en t_{orth} en daarmee de verwachte verschuiving van het interferentiepatroon. En daarmee is het nulresultaat van Michelson en Morley niet in tegenspraak met de etherhypothese. De ether is, simpelweg, niet detecteerbaar, althans tot op orde v^2/c^2. De door Lorentz voorgestelde contractie is in overeenstemming met de Lorentzfactor die hij later vond en zoals we die nu kennen:

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cong 1 - \frac{v^2}{2c^2}.$$

Het doel, het vinden van een theoretische onderbouwing van zijn hypothese, bereikt Lorentz in 1904 in een monumentaal artikel [5], waar we in een tweede artikel wat dieper op ingaan. Een jaar later publiceert Einstein de speciale relativiteitstheorie [1].

Jos Engelen is emeritus hoogleraar hoge-energiefysica aan de UvA/Nikhef. Hij was betrokken bij het wetenschappelijke programma van CERN en DESY en bij de beginfase van ANTARES (astrodeeltjesfysica). Hij bekleedde onder andere het directoraat van Nikhef, het wetenschappelijke directoraat van CERN en het voorzitterschap van NWO.

REFERENTIES EN NOTEN

1 A. Einstein, *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*, *Annalen der Physik* **17** (1905).
2 Albert A. Michelson en Edward W. Morley, *On the Relative Motion of the Earth and the Luminiferous Ether*, *Am. Jour. Sci.-Third series*, **XXXIV-203**, 334 (1887).
3 H.A. Lorentz, *De l'influence du mouvement de la terre sur les phénomènes lumineux*, *Archives Néerlandaises* **21**, 103 - 176 (1887).
4 En onafhankelijk van hem FitzGerald, zoals deze Lorentz later liet weten. We zullen ons in dit artikel beperken tot het werk van Lorentz. Ook de resultaten van bijvoorbeeld Larmor, onder andere met betrekking tot tijddilatatie blijven daarom onbesproken, ze hadden geen rechtstreekse invloed op Lorentz.
5 H. A. Lorentz, *Electromagnetic Phenomena in a System Moving with any Velocity less than that of Light*, *Proc. KNAW* **6**, Amsterdam (1904).
6 Per definitie denken we het longitudinale pad precies langs de bewegingsrichting door de ether en het orthogonale pad loodrecht daarop. Door de opstelling langzaam te roteren probeerden Michelson en Morley deze paden te vinden.
7 Albert A. Michelson, *American Journ. of Science*, **3-22**, 120 (april 1881).
8 Overigens illustreert dit dat het volstrekt niet triviaal was om het orthogonale pad te beschrijven. Dit verklaart wellicht ook waarom Lorentz zo omzichtig te werk ging, zoals we verderop zullen zien.
9 *"Il semble difficile de déduire de cette condition quelque chose de général touchant la forme de s."*
10 *"...pour calculer le temps que la lumière emploie pour aller de A à B on peut, au lieu du chemin réel s', continuer à prendre le chemin s, qu'elle suivrait si la terre était immobile."*
11 H.A. Lorentz, *La théorie électromagnétique de Maxwell et son application aux corps mouvants*, *Archives Néerlandaises* **25**, 363 - 552 (1892); H.A. Lorentz, *De relatieve beweging van de aarde en den aether*, *Verslagen der Afdeeling Natuurkunde van de Koninklijke Akademie van Wetenschappen* **1**, 74 - 79 (1892).

Hoe de ether verdween uit de natuurkunde – deel 2

Een kleine geschiedenis van de Lorentztransformaties

In deel 2 van dit tweeluik laten we zien hoe het werk van Lorentz aan elektromagnetische verschijnselen in bewegende systemen lengtecontractie aannemelijk maakt. We laten ook zien hoe zijn werk zich verhoudt tot de relativiteitstheorie van Einstein.

Auteur: Jos Engelen

De Lorentztransformaties volgens Lorentz, aangepast door Poincaré

In 1904 vond Lorentz [1] een theoretische onderbouwing voor de door hem twaalf jaar eerder voorgestelde contractie. We zullen die hieronder kort toelichten. Hij constateert: "*It will easily be seen that the hypothesis that has formerly been made in connexion with Michelson's experiment, is implied in what has now been said*".
In zijn denken blijft het stelsel waarin de ether in rust is een centrale en bijzondere rol spelen. Hierdoor bleef hij net een stap verwijderd van de 'definitieve' Lorentztransformaties die Poincaré kort na Lorentz als aanvulling op diens artikel, met alle eer voor Lorentz, publiceerde [2].
Voor Lorentz was alleen in het etherstelsel de lichtsnelheid gelijk aan c en waren de Maxwellvergelijkingen, waaruit deze snelheid volgt, strikt genomen alleen geldig in dit stelsel. Daarin zien de Maxwellvergelijkingen er als volgt uit:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{D}=\rho \qquad \vec{\nabla}\cdot\vec{H}=0$$
$$\vec{\nabla}\times\vec{D}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{H}}{\partial t} \qquad \vec{\nabla}\times\vec{H}=\frac{1}{c}\left(\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}+\rho\vec{v}\right) \tag{1}$$

met een bewegende ladingsverdeling ρ.

Daarnaast geeft hij de kracht, per ladingseenheid, die de ether uitoefent op een volume-element van een elektron, voor hem geen puntdeeltje. (Het gedetailleerde model van de structuur der materie gebaseerd op het atoommodel van Rutherford was nog niet bekend):

$$\vec{F}=\vec{D}+\frac{1}{c}\vec{v}\times\vec{H} \tag{2}$$

We gebruiken dezelfde notatie (en eenheden) als Lorentz, met D de elektrische kracht, ook diëlektrische verplaatsing genoemd, en H de magnetische kracht. ρ is de ladingsdichtheid. Bovenstaande vergelijkingen (1) gelden in het rustsysteem van de ether. (En zoals we nu weten in elk willekeurig inertiaalstelsel.) Lorentz wil ze echter oplossen in het laboratoriumsysteem (waarin bijvoorbeeld de opstelling van Michelson en Morley staat) dat, met de aarde, beweegt door de ether. Zo'n aanpak maakt het mogelijk experimentele resultaten te vergelijken met de theorie. Hij gaat dus over op nieuwe x-coördinaten zodat $x \rightarrow x - vt$ en dus $\partial/\partial t \rightarrow \partial/\partial t - v\partial/\partial x$. Ook maakt hij de substitutie $\vec{v} \rightarrow (v+u_x, u_y, u_z)$. Het laboratorium beweegt dus met snelheid v langs de x-as. Zo maakt hij een onderscheid tussen algehele beweging van het systeem door de ether en de beweging van de ladingen ten opzichte van het systeem, dat wil zeggen in het laboratorium.
Samengevat:

$$\partial/\partial t \rightarrow \partial/\partial t - v\partial/\partial x$$
$$\vec{v} \rightarrow (v+u_x, u_y, u_z) \tag{3}$$

Substituties die Lorentz maakt in (1) alvorens de transformaties te zoeken die weer vergelijkingen van de vorm (1) opleveren.

Merk op dat de vergelijkingen die op die manier worden verkregen niet meer de Maxwellvergelijkingen zijn.
Vervolgens vindt Lorentz door verandering van variabelen, van de plaats- en tijdcoördinaten én een herdefinitie van elektrische en magnetische velden, de ladingsdichtheid en de snelheid $\vec{u}$ een stelsel vergelijkingen dat de vorm heeft van de Maxwellvergelijkingen in het rustsysteem van de ether. (Hij bereikt echter niet helemaal, wat wij nu covariantie noemen, maar zijn 'accentvergelijkingen' komen wel heel dicht in de buurt van de transformaties die Einstein een jaar later publiceerde.)
De verandering van variabelen die Lorentz vond, is (we beschouwen beweging met snelheid v in de x-richting):

$$(\gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}):$$
$$x' = \gamma x$$
$$t' = t/\gamma - \gamma v x/c^2 \tag{4}$$

Verandering van variabelen (Lorentz).

Het was Poincaré [2] die zonder veel uitleg, en alle eer aan Lorentz latend, de bovenstaande transformaties generaliseerde, bovendien beredeneerde dat deze een groep moesten vormen. Hij schreef de, door hem zo genoemde, Lorentztransformaties als:

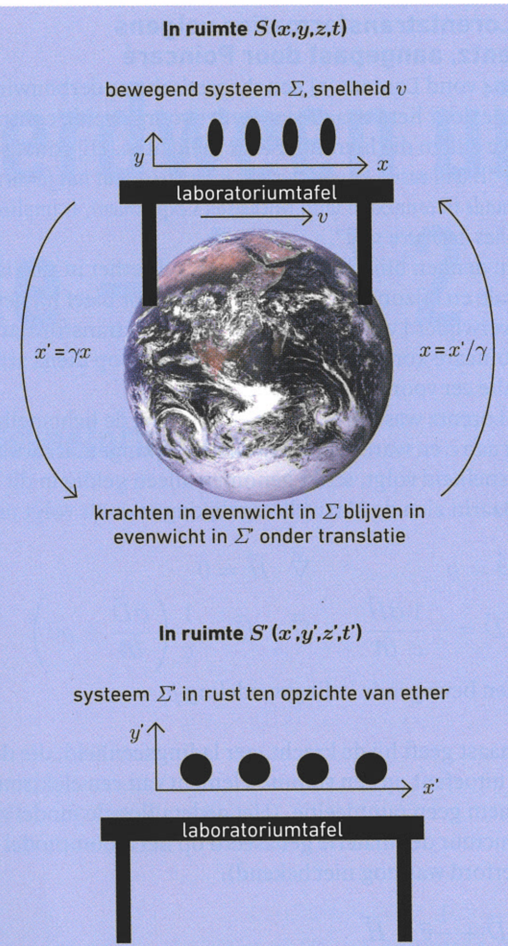
$$x' = \gamma(x - vt)$$
$$t' = \gamma(t - vx/c^2) \tag{5}$$

De Lorentztransformaties (Poincaré; Einstein).

"Poincaré realiseerde zich zo te zien niet de draagwijdte van zijn 'kleine' aanpassingen."

Merk op dat deze vergelijkingen worden verkregen uit de vergelijkingen van Lorentz (4) na de substitutie $x \rightarrow x - vt$.
Merk ook op dat er een perfecte symmetrie is tussen plaats- en tijdcoördinaten. En dat er al doende afscheid is genomen van een voorkeursstelsel. (Volgens Lorentz echter niet van de ether als fysisch medium voor het dragen van elektromagnetische velden en golven, zie [3].)
Poincaré realiseerde zich zo te zien niet de draagwijdte van zijn 'kleine' aanpassingen. Het artikel van Poincaré [2] verscheen vrijwel gelijktijdig – een kleine maand vóór dat van Einstein [4] – maar beiden waren van elkaars werk niet op de hoogte.

Lorentz	Einstein
Ga uit van Maxwellvergelijkingen (1) in het 'ethersysteem'	Ga uit van relativiteitsprincipe en constantheid lichtsnelheid
Ga over op met snelheid v in x-richting bewegend assenstelsel:	
$\partial_t \rightarrow \partial_t - v\partial_x$	
Herdefinieer $\vec{v} \rightarrow (v+u_x, u_y, u_z)$ dus u is de snelheid van bewegende lading boven op algehele beweging v	
Verandering van variabelen in gemodificeerde Maxwellvergelijkingen: $x \rightarrow x', t \rightarrow t'$; herdefinitie D, H et cetera D', H' et cetera zó, dat vergelijkingen van vorm (1) teruggevonden worden	Coördinatentransformatie $x \rightarrow x', t \rightarrow t'$ afgeleid uit relativiteitsprincipe en constantheid c; eis dat vergelijkingen (1) precies teruggevonden worden, zo volgen de transformaties voor D, H et cetera.
$\partial_x = \gamma\left(\partial_{x'} - \frac{v}{c^2}\partial_{t'}\right)$	$\partial_x = \gamma\left(\partial_{x'} - \frac{v}{c^2}\partial_{t'}\right)$
$\partial_t - v\partial_x = \gamma(\partial_{t'} - v\partial_{x'})$	$\partial_t = \gamma(\partial_{t'} - v\partial_{x'})$
Lichtsnelheid alleen c in 'etherstelsel'; $(c-v)$ in meebewegende stelsel	Lichtsnelheid c in elk inertiaalstelsel
Vindt niet het goede voorschrift voor het optellen van snelheden	Vindt voorschrift voor relativistisch optellen van snelheden
Maakt lengtecontractie aannemelijk; tijd is 'absoluut'; t' ('lokale tijd') slechts wiskundig hulpmiddel	Lengtecontractie en tijddilatatie volgen dwingend uit coördinatentransformaties



Figuur 1. Lengtecontractie zoals uitgelegd door Lorentz. Foto: NASA.

Einsteins relativiteitstheorie

Einsteins benadering was volstrekt anders. Hij ging uit van de constantheid van de lichtsnelheid en het relativiteitsprincipe (dezelfde wetten van de optica en de elektrodynamica zijn geldig voor alle referentiestelsels waarvoor de vergelijkingen van de mechanica geldig zijn – in Einsteins woorden: "*daß dem Begriffe der absoluten Ruhe nicht nur in der Mechanik, sondern auch in der Elektrodynamik keine Eigenschaften der Erscheinungen entsprechen, sondern daß vielmehr für alle Koordinatensysteme, für welche die mechanischen Gleichungen gelten, auch die gleichen elektrodynamischen und optischen Gesetze gelten*"). Zo vond hij de coördinatentransformaties in het eerste deel van zijn artikel: *kinematical part*. In deel twee vond hij, door – wat we nu noemen – Lorentzinvariantie van de Maxwellvergelijkingen te eisen, de veldtransfomaties: *electrodynamical part*.

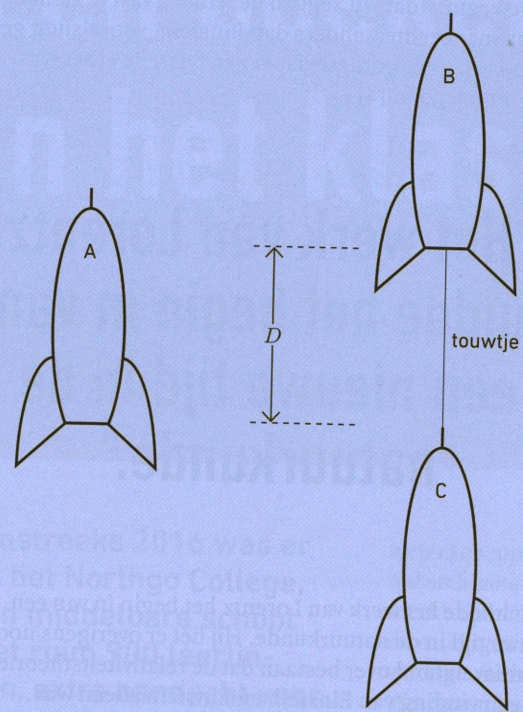
De transformaties (5) zijn precies dezelfde als degene die Einstein vond. (Einstein publiceerde zijn transformaties in 1905, een jaar na Lorentz, maar was, op zijn beurt, van de resultaten van Lorentz (en Poincaré) niet op de hoogte.)

De tabel vergelijkt de benaderingen van Lorentz en Einstein.

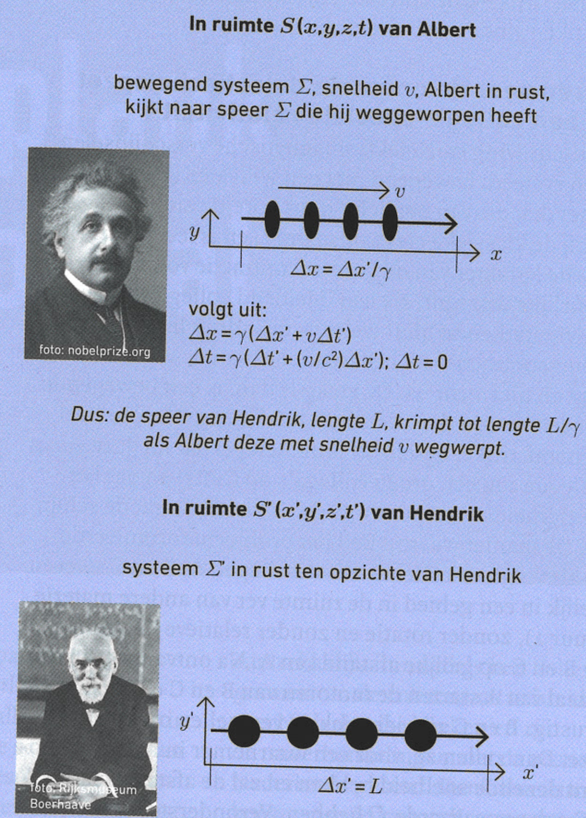
Fysische interpretatie

Een fysische interpretatie van de 'accentruimte' waarnaar Lorentz bewegende systemen herleidt, wordt geïllustreerd in figuur 1 aan de hand van lengtecontractie. Hij beschouwt een fysisch systeem Σ (denk, om de gedachten te bepalen, bijvoorbeeld aan een vaste stof), beschreven ten opzichte van een coördinatenstelsel $S(x,y,z,t)$ (denk, om de gedachten te bepalen aan het laboratoriumstelsel); dat systeem Σ wordt nu in een gedachtenexperiment getransformeeerd tot een systeem Σ' door het over te brengen naar een stelsel $S'(x',y',z',t')$ waarin de ether in rust is, door de verandering van variabelen, velden en krachten zoals door Lorentz gevonden, toe te passen.

Naast de oprekking van de x-richting gaat Lorentz dus ook na hoe de (elektromagnetische) krachten transformeren en hij overtuigt zich ervan dat krachten die binnen een vaste stof in evenwicht zijn in het 'laboratorium', dat ook zijn in het accentstelsel en vice versa. Met behulp van (2) en (6) is gemakkelijk in te zien dat elektrostatische krachten in Σ respectievelijk Σ' zich verhouden als: $F(\Sigma) = (1, 1/\gamma, 1/\gamma)\,F(\Sigma')$.



Figuur 2. Gedachte-experiment aangehaald door John Bell. Knapt het touwtje als raketten B en C identiek versnellen en dus op gelijke afstand blijven?



Figuur 3. Lengtecontractie volgens de relativiteitstheorie.

Als de bouwstenen van een vast lichaam in evenwicht zijn onder aantrekking en afstoting door naburige bouwstenen dan zal dat evenwicht gehandhaafd blijven als dat lichaam in beweging wordt gezet en de evenwichtsposities veranderen zoals volgt uit de relatie tussen x en x'.

$$
\begin{aligned}
D'_x &= D_x \\
D'_y &= \gamma(D_y - \frac{v}{c}H_z) \\
D'_z &= \gamma(D_z + \frac{v}{c}H_y) \\
H'_x &= H_x \qquad (6) \\
H'_y &= \gamma(H_y + \frac{v}{c}D_z) \\
H'_z &= \gamma(H_z - \frac{v}{c}D_y)
\end{aligned}
$$

Transformatie van elektrische en magnetische velden (Lorentz én Einstein).

Zo bereikt Lorentz, wat lengtecontractie betreft, de conclusie, we citeren: "*... that the system Σ', if the velocity v is imparted to it, will of itself change into the system Σ. In other terms, the translation will produce the deformation* $(1/\gamma, 1, 1)$."
De ruimte S' (zie figuur 1) blijft echter een 'hulpruimte' die niet helemaal equivalent is aan S, in het bijzonder vanwege het in de ogen van Lorentz niet-fysische karakter van t', door hem de 'lokale tijd' genoemd.
Toch kunnen we aan de 'lokale tijd' t' wel degelijk een fysisch karakter toekennen in de volgende oefening. Wanneer we voor de variabelen van Lorentz $V' \equiv x'/t'$ uitdrukken in $V \equiv x/t$ vinden we:

$$V' = \frac{V}{\frac{1}{\gamma^2} - \frac{v}{c^2}V}.$$

Voor een lichtstraal moet, volgens Lorentz gelden $c = x'/t'$, wanneer we onder deze voorwaarde $V = x/t \equiv \tilde{c}$ uitrekenen, vinden we:

$$\tilde{c} = \frac{c}{\gamma^2 + \gamma^2 v/c} = c - v.$$

Dit is precies de lichtsnelheid die ook volgt uit de veldvergelijkingen ten opzichte van het meebewegende coördinatenstelsel, die Lorentz als uitgangspunt koos, zie ook de tabel. (Als we de correcte Lorentztransformaties (5) gebruiken vinden we, uiteraard, $\tilde{c} = c$.)

Lessen voor de optimale didactische opzet van een college 'speciale relativiteit'?

De beschrijving van 'elektromagnetische verschijnselen in een systeem bewegend met een willekeurige snelheid kleiner dan die van het licht' door Lorentz sluit heel goed aan bij de klassieke elektrodynamica en is leerzaam. Het fysische karakter van de Lorentzcontractie volgt er op een natuurlijke wijze uit. Na een inleidend college speciale relativiteitstheorie blijft weleens de indruk hangen dat Lorentzcontractie van het standpunt van de waarnemer afhangt en niet 'echt' is. De vraag is dan: is een bewegende staaf echt korter dan diezelfde staaf in rust? In een heel charmant artikel beschrijft John Bell [5] dat hij deze vraag voorlegde aan een groep collega's op CERN en dat het meerderheidsstandpunt was dat Lorentzcontractie schijn was. De manier waarop Bell het probleem formuleerde was als volgt: drie kleine ruimteschepen A, B en C zweven vrijelijk in een gebied in de ruimte ver van andere materie (figuur 2), zonder rotatie en zonder relatieve beweging, met B en C op gelijke afstand van A. Na ontvangst van een signaal van A starten de motoren van B en C en versnellen ze rustig. B en C zijn identiek en versnellen op identieke wijze. Dan zullen ze, voor een waarnemer in A, op elk moment dezelfde snelheid hebben en zal de afstand tussen B en C een vaste waarde D hebben. Veronderstel dat een fragiel draadje is gespannen tussen B en C, dat precies lang genoeg is om de aanvankelijke afstand tussen B en C te overspannen. Zal het draadje, wanneer de ruimteschepen een grotere snelheid krijgen te kort worden, door Lorentzcontractie, en breken? Het merendeel van de ondervraagden zei spontaan nee. Vriendelijk voegt John Bell hier aan toe: na even rekenen zag natuurlijk iedereen in dat het draadje, inderdaad, wél zou breken. Maar, zo vervolgt hij, door de relativiteitstheorie uit te leggen aan de hand van de verworvenheden van de elektrodynamica is de fysische aard van de Lorentzcontractie onmiddellijk duidelijk. Hij doet dit in [5] in meer detail dan wij in dit artikel.

De interpretatie van de Lorentztransformaties in de context van de afleiding door Einstein is als volgt (en door Einstein zelf gegeven in zijn oorspronkelijke publicatie). Lorentzcontractie volgt door de afstand tussen de uiteinden van een stok langs de bewegingsrichting *op hetzelfde moment* te meten en die te vergelijken met de lengte van die stok in rust. Dit wordt geïllustreerd in figuur 3, in analogie met figuur 1.

Tijddilatatie (in de fysische aard waarvan Lorentz in zijn artikel uit 1904 niet geloofde, tijd bleef absoluut) volgt door twee identieke klokken, waarvan er één een zeker traject heeft afgelegd, terwijl de andere in rust bleef *op dezelfde plaats* met elkaar te vergelijken. (Terzijde: het was ook Einstein, die zich kort na [4] realiseerde dat als gevolg van zijn transformatievergelijkingen (van de energie van lichtgolven) het formidabele resultaat $E = mc^2$ volgde [6].)

Wat Lorentz aantoonde, is dat het experiment van Michelson en Morley ongevoelig was voor beweging door de ether. De verbeterde Lorentztransformaties generaliseren dit resultaat: er is geen enkele manier om absolute beweging (dat wil zeggen de 'ether') vast te stellen. Lorentz nam echter, anders dan Einstein, vooralsnog geen afstand van de hypothese dat er een fysische ether was, zoals uitgelegd in [3].

> **"Het werk van Lorentz luidde het begin in van een nieuwe tijd in de natuurkunde."**

Toch luidde het werk van Lorentz het begin in van een nieuwe tijd in de natuurkunde. Hij liet er overigens nooit een misverstand over bestaan dat de relativiteitstheorie zelf een vinding van Einstein en Einstein alleen was.

Dankwoord

Veel dank ben ik verschuldigd aan Karel Gaemers voor een aantal kritische en verhelderende discussies over de ideeën van Lorentz, Poincaré en Einstein en in het bijzonder voor het vestigen van mijn aandacht op het artikel van Poincaré [2].

Jos Engelen is emeritus hoogleraar hoge-energiefysica van de UvA/Nikhef. Hij was betrokken bij het wetenschappelijke programma van CERN en DESY en bij de beginfase van Antares (astrodeeltjesfysica). Hij bekleedde onder andere het directoraat van Nikhef, het wetenschappelijke directoraat van CERN en het voorzitterschap van NWO.

REFERENTIES

1 H. A. Lorentz, *Electromagnetic Phenomena in a System Moving with any Velocity less than that of Light*, Proc. KNAW **6**, Amsterdam (1904).
2 H. Poincaré, *Sur la dynamique de l'électron*, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, t. 140, 1504-1508 (5 juni 1905).
3 M. Janssen en A.J. Kox, *Lorentz als wegbereider voor de speciale relativiteitstheorie*, NTvN 77-7, 344-347 (2011).
4 A. Einstein, *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*, *Annalen der Physik* **17** (1905).
5 J.S. Bell, *How to Teach Special Relativity*, *Progress in Scientific Culture* **1-2** (1976); opgenomen in: M. Bell, K. Gottfried en M. Veltman, *John S. Bell on The Foundations of Quantum Mechanics*, World Scientific.
6 A. Einstein, *Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energiegehalt abhängig?*, *Annalen de Physik* **18**, 639 (1905).